



Universidad Veracruzana

Geometría Analítica

3.6 Ecuación general de segundo grado

Ejemplo

Determinar la naturaleza del lugar geométrico de la ecuación:

$$5x^2 + 4xy + 2y^2 - 24x - 12y + 29 = 0$$

Primero debemos reducir la ecuación a su forma canónica por transformación de coordenadas, donde hay que trazar el lugar geométrico y todos los sistemas de coordenadas necesarios.

Ejemplo

- **Solución:**

Buscando el discriminante tenemos:

$$I = B^2 - 4AC = 4^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -24$$

Puesto que $I < 0$ la ecuación representa una elipse.

Ejemplo

Para suprimir el termino xy de la ecuación se hace girar al ángulo θ como se muestra a continuación:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{B}{A - C} = \frac{4}{5 - 2} = \frac{4}{3}$$

De $\operatorname{tg} 2\theta$ podemos obtener $\cos 2\theta$ por la relación:

$$\cos 2\theta = \frac{1}{\sqrt{(4/3)^2 + 1}} = \frac{3}{5}$$

Ejemplo

Con la ecuación anterior se puede encontrar $\operatorname{sen} \theta$ y $\cos \theta$, resultando:

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Y por las ecuaciones de rotación, tenemos:

$$x = x' \cos \theta - y' \operatorname{sen} \theta = \frac{2x' - y'}{\sqrt{5}}$$

$$y = x' \operatorname{sen} \theta + y' \cos \theta = \frac{x' + 2y'}{\sqrt{5}}$$

Ejemplo

Si se sustituye estos valores de x y y y simplificando, tenemos:

$$6x'^2 + y'^2 - 12\sqrt{5}x' + 29 = 0$$

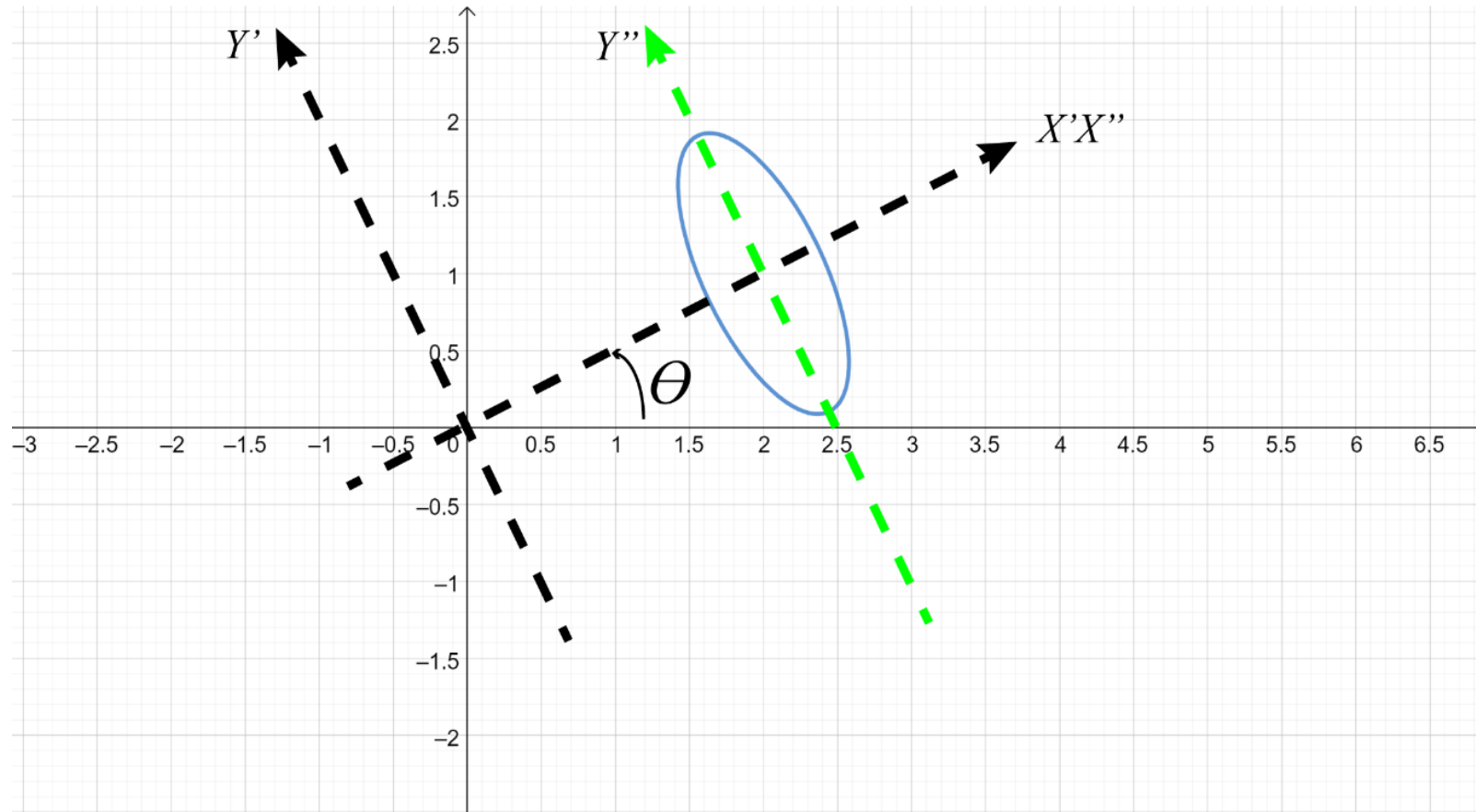
Si se simplifica, ya sea por traslación de ejes o completando cuadrado, se llega a:

$$6x''^2 + y''^2 = 1$$

La gráfica de la figura puede verse en la siguiente figura:

Ejemplo

- La gráfica de la figura puede verse en la siguiente figura:



Fuentes de información

- Lehmann. (1989). *Geometría Analítica*. LIMUSA.