



Universidad Veracruzana

Física

1.7 Cosenos Directores

COSENOS DIRECTORES

Como ya hemos analizado, las cantidades vectoriales se representan por flechas que llamamos vectores, cuya dirección se especifica, en dos dimensiones, por el ángulo con respecto al eje horizontal positivo con la consideración que, si se mide el ángulo con la rotación de x positivo a y positivo, el ángulo se considera positivo. Sin embargo, si la rotación es de x positivo a y negativo, el ángulo será negativo.

Por ejemplo, el eje -y, se encuentra a 270° o a -90° . En tres dimensiones, se mide el ángulo con respecto a los ejes positivos hasta intersectar la línea de acción del vector en cuestión. Se toman estos ejes de referencia, ya que son los únicos que se pueden reproducir físicamente en cualquier instante y lugar. Cada uno de estos ángulos debe ser menor o igual a 180° , los que se conocen como ángulos directores (α, β, γ). Es decir, los ángulos que forma un vector con los tres ejes cartesianos.

Matemáticamente tenemos la siguiente expresión:

$$\cos \alpha = \frac{u_1}{\|u\|}, \cos \beta = \frac{u_2}{\|u\|}, \cos \gamma = \frac{u_3}{\|u\|}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$



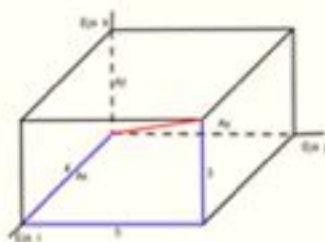
COSENOS DIRECTORES

Ejemplo:

Mediante los cosenos directores determinar los ángulos de α , β , γ del vector $(4, 5, 3)$.

Solución:

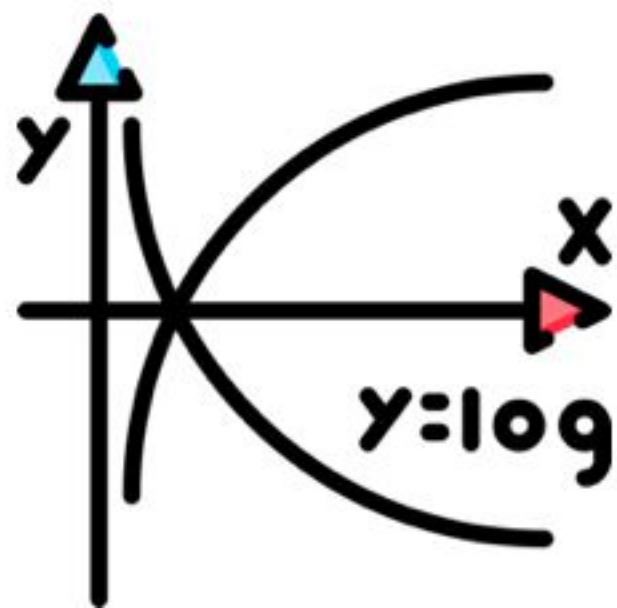
Paso 1. Elaborar el gráfico correspondiente:



Paso 2. Obtener el módulo del vector:

$$\|v\| = \sqrt{(4)^2 + (5)^2 + (3)^2}$$

$$\|v\| = 7.071$$



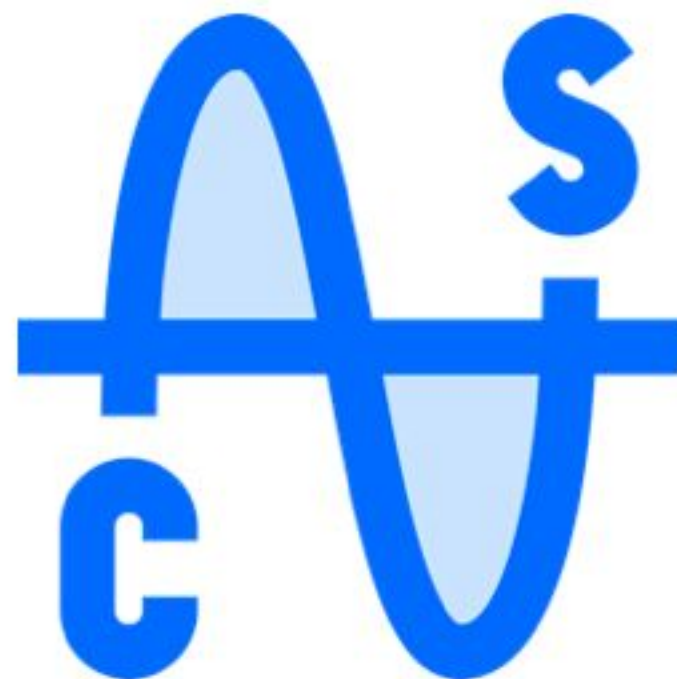
COSENOS DIRECTORES

Paso 3. Aplicando la fórmula de los cosenos directores y sustituyendo el módulo del vector en la formula correspondiente, se tiene lo siguiente:

$$\cos\alpha = \frac{u_1}{\|u\|}, \cos\beta = \frac{u_2}{\|u\|}, \cos\gamma = \frac{u_3}{\|u\|}$$
$$\cos\alpha = \frac{4}{7.071}, \cos\beta = \frac{5}{7.071}, \cos\gamma = \frac{3}{7.071}$$

Resolviendo la ecuación anterior, finalmente encontramos que:

$$\alpha = 55.55^\circ \quad \beta = 45^\circ \quad \gamma = 64.9^\circ$$



COSENOS DIRECTORES

Ejemplo

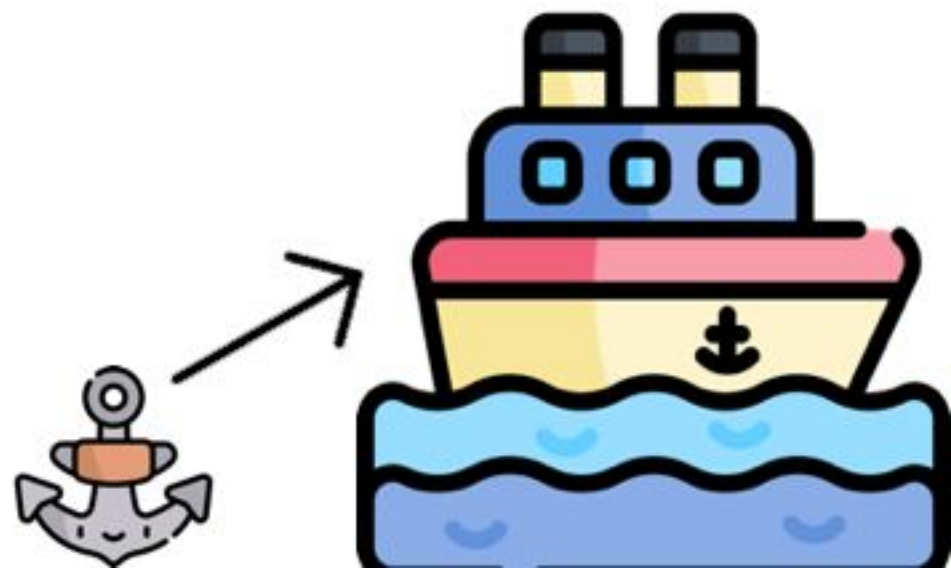
Se aplica una fuerza a un anclaje. Si $F = 10 \text{ kN}$, $\theta_x = 60^\circ$, $\theta_z = 70^\circ$, determine los componentes x , y , z de la fuerza. Exprese la fuerza en forma vectorial cartesiana.

Solución

De las propiedad de los cosenos directores, tenemos:

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z &= 1 \\ \cos^2 60^\circ + \cos^2\theta_y + \cos^2 70^\circ &= 1 \\ \cos^2\theta_y &= 1 - \cos^2 60^\circ + \cos^2 70^\circ \\ \cos^2\theta_y &= 0.870 \\ \theta_y &= 29.89^\circ\end{aligned}$$



COSENOS DIRECTORES

Para encontrar las fuerzas, tenemos que:

$$F_X = 10 \cos 60^\circ$$

$$F_X = 5 \text{ kN}$$

$$F_Y = 10 \cos 29.89^\circ$$

$$F_Y = 8.67 \text{ kN}$$

$$F_Z = 10 \cos 70^\circ$$

$$F_Z = 3.42 \text{ kN}$$

$$\vec{F} = 5\vec{i} + 8.67\vec{j} + 3.42\vec{k}$$



Bibliografía

- Alvarado A.A. (2016). *Cosenos directores*. [Documento PDF]. Universidad Continental. Recuperado el 17 de diciembre de 2020 de https://repositorio.continental.edu.pe/bitstream/20.500.12394/2071/1/DO_UC_CGG_PO_25-ene-2016_17h22m57s.pdf
- Lara, A., Núñez, H., Cerpa, G. y Rodríguez, M.E. (2014). *Introducción al Electromagnetismo*. Grupo Editorial Patria.