Física

1.5 Vectores unitarios

Y

Base canónica

(Vectores i, j, k,)

ÍNDICE

TEMA I.1 VECTORES UNITARIOS 1
Empleo de vectores unitarios 1
Bibliografía 2

TEMA I.I VECTORES UNITARIOS

Un vector unitario es un vector con magnitud 1, sin unidades. Su único fin es describir una dirección. Los vectores unitarios son una notación cómoda para muchas expresiones que incluyen las componentes de los vectores. Es común (aunque no regla general) representar con un circunflejo (^) un vector unitario para distinguirlo de los vectores ordinarios cuya magnitud puede o no ser 1.
En un sistema de coordenadas x-y podemos definir un vector unitario i que apunte en la dirección del eje +x y un vector unitario j que apunte en la dirección +y. Así, podemos expresar la relación entre vectores componentes y las componentes, descrita anteriormente.

$\vec{A}$ **x = Ax** $\hat{\imath}$,

(1)

$\vec{A}$ **y = Ay** $\hat{\jmath}$,

Así mismo, es posible escribir un vector $\vec{A}$ en términos de sus componentes como

$$\vec{A} = \mathbf{Ax}\ \hat{\imath} + \mathbf{Ay}\ \hat{\jmath}$$

(2)

Las ecuaciones (1) y (2) son vectoriales. Cada término, como **Ax** $\hat{\imath}$**,** es un vector. Los signos igual y más en negritas indican igualdad y suman vectores.

Cuando representamos dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ en términos de sus componentes, podemos expresar la resultante de su suma $\vec{R}$ usando vectores unitarios de la siguiente manera:

$$\vec{A} = \mathbf{Ax}\ \hat{\imath} + \mathbf{Ay}\ \hat{\jmath}\ ,$$
$$\vec{B} = \mathbf{Bx}\ \hat{\imath} + \mathbf{By}\ \hat{\jmath}\ ,$$

(3)

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$
$$= (\mathbf{Ax}\ \hat{\imath} + \mathbf{Ay}\ \hat{\jmath}) + (\mathbf{Bx}\ \hat{\imath} + \mathbf{By}\ \hat{\jmath})$$
$$= (\mathbf{Ax} + \mathbf{Bx})\ \hat{\imath} + (\mathbf{Ay} + \mathbf{By})\ \hat{\jmath}$$
$$= \mathbf{Rx}\ \hat{\imath} + \mathbf{Ry}\ \hat{\jmath}\ ,$$

La ecuación (3) plantea el contenido de las ecuaciones ($\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$) en forma de una sola ecuación vectorial en lugar de las dos ecuaciones para las componentes.
Si alguno de los vectores no está en el plano x-y, necesitaremos una tercera componente. Así que introducimos un tercer vector unitario $\hat{k}$ en la dirección del eje +z. Las formas generalizadas de las ecuaciones quedarían:

$$\vec{A} = \mathbf{Ax}\ \hat{\imath} + \mathbf{Ay}\ \hat{\jmath} + \mathrm{Az}\ \hat{k}$$
$$\vec{B} = \mathbf{Bx}\ \hat{\imath} + \mathbf{By}\ \hat{\jmath} + \mathrm{Bz}\ \hat{k}$$
$$\vec{R} = (\mathbf{Ax} + \mathbf{Bx})\ \hat{\imath} + (\mathbf{Ay} + \mathbf{By})\ \hat{\jmath} + (\mathbf{Az} + \mathbf{Bz})\ \hat{k}$$
$$= \mathbf{Rx}\ \hat{\imath} + \mathbf{Ry}\ \hat{\jmath} + \mathbf{Rz}\ \hat{k}$$

Ejemplo

Empleo de vectores unitarios

Dados los dos vectores que representan desplazamientos:

$\vec{D}$ = (6$\hat{\imath}$ + 3$\hat{\jmath}$ - $\hat{k}$) m y $\vec{E}$ = (4$\hat{\imath}$ - 5$\hat{\jmath}$ - 8$\hat{k}$) m

Obtengan la magnitud del desplazamiento $2\vec{D} - \vec{E}$

SOLUCIÓN Si $\vec{F} = 2\vec{D} - \vec{E}$, tenemos

$\vec{F}$ = 2(6$\hat{\imath}$ + 3$\hat{\jmath}$ - $\hat{k}$) m - (4$\hat{\imath}$ - 5$\hat{\jmath}$ - 8$\hat{k}$) m

= [(12 – 4) $\hat{\imath}$ + (6 + 5) $\hat{\jmath}$ + (-2 -8) $\hat{k}$] m

= (8$\hat{\imath}$ + 11$\hat{\jmath}$ - 10$\hat{k}$) m

Las unidades de los vectores $\vec{D}$, $\vec{E}$ y $\vec{F}$ son metros, al igual que las componentes de estos vectores. Así:

$$F = \sqrt{F^2{}_x + F^2{}_y + F^2{}_z}$$

$= \sqrt{(8\,m)^2 + (11\,m)^2 + (-10\,m)^2}$ = 17 m

Ejemplo

Si $\vec{v} = (3, -2, 9)$, hallar un **vector unitario** de su misma dirección y sentido.

Solución:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 9^2} = \sqrt{9 + 4 + 81} = \sqrt{94}$$

Entonces:

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{94}}(3, -2, 9) = \left(\frac{3}{\sqrt{94}}, \frac{-2}{\sqrt{94}}, \frac{9}{\sqrt{94}}\right)$$

Comprobamos si el módulo del vector $\vec{n}$ vale 1:

$$|\vec{n}| = \sqrt{\left(\frac{5}{\sqrt{41}}\right)^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{41}}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{41} + \frac{16}{41}} = \sqrt{\frac{41}{41}} = \sqrt{1} = 1$$

Efectivamente el vector $\vec{n}$. es unitario y tiene la misma dirección y sentido que el vector $\vec{U}$.

Bibliografía

Young, Hugh D. y Freedman, Roger A. (2013). *Física Universitaria* (Sears - Zemansky). Editorial Pearson.